（表紙）

$\boxed{1}$ 次の各問いに答えなさい．解答欄には答えのみ記入すること． (48 点)

(1) $\dfrac{1}{3}\left(x-y-\dfrac{x-15y}{5}\right)-\dfrac{1}{5}\left\{\dfrac{2}{3}(3x+y)-(4y-x)\right\}$ を計算しなさい．

(2) $x^2y+5x^2-4y-20$ を因数分解しなさい．

(3) 2 次方程式 $\dfrac{(x-2)(x-1)}{3}-\dfrac{x(x-3)}{2}=1$ を解きなさい．

(4) $\sqrt{\dfrac{2480}{x}}$ が整数となるような最小の自然数 $x$ を求めなさい．

(5)　次の ① ～ ⑥ のうち，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ の $y$ の変域が $1<y<4$ となるような $x$ の変域をすべて選び，記号で答えなさい．

①　$-2<x<4$　　②　$-4<x<-2$　　③　$0<x<4$

④　$-4<x<0$　　⑤　$2<x<4$　　⑥　$-4<x<2$

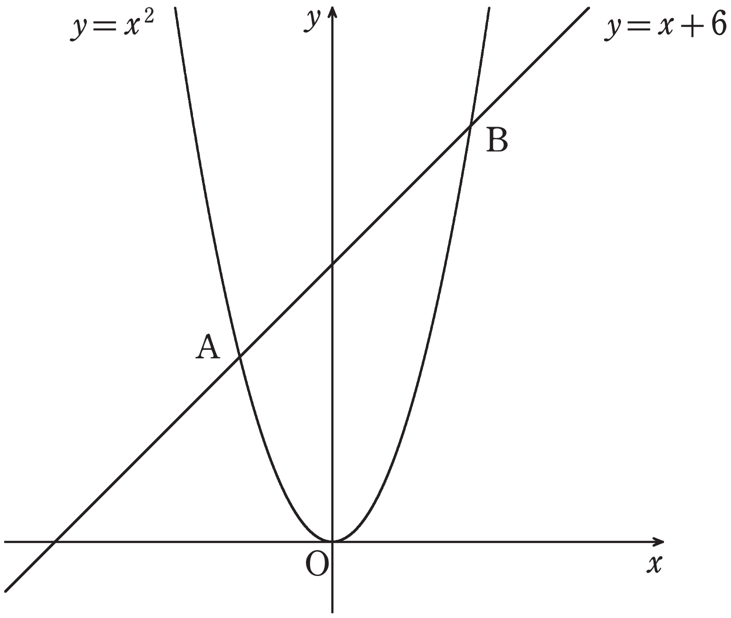
(6)　1, 2, 3, 4, 5 の 5 つの数字が書かれたカードが 1 枚ずつある．これら 5 枚のカードから 3 枚を選んで並べ，3 桁の整数を作る．このうち 3 の倍数となるものは何個あるか答えなさい．

(7)　2 と 0 のみを使ってできる自然数を小さい順に並べるとき，2020 は何番目の数となるか答えなさい．

(8)　10 ％の食塩水 A と，22 ％の食塩水 B を混ぜたところ 13 ％の食塩水となった．このとき，食塩水 A と B の質量の比を求めなさい．

$\boxed{2}$　次の共介くん，栄子さん，先生の会話を読んで以下の問いに答えなさい．(22 点)

先生：今日は，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+b$ の交点について考えてみましょう．まず，$b=6$ とすると 2 つのグラフは下の図のようになりますね．




2 つの交点を A，B とすると，その $x$ 座標はどうなるかな．

共介：交点は $y=x^2$ 上にも $y=x+6$ 上にもあるから，連立方程式を解いて $x$ を求めたらいいのかな．

栄子：じゃあ，$x=\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ となるね．

先生：正解．では，今度は同じく交点が 2 つある状況で一方の交点の $x$ 座標が 2 となるとき，もう 1 つの交点の座標を求めてみましょう．

共介：はい，やってみます．$\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ となりました．

栄子：私もそうなったよ．$b$ の値を変化させると，交点の座標も当然変わっていくね．もっと下の方に直線をずらしていくと交点の個数も変わるね．

共介：確かに，上の図の状態から上にずらしても交点の個数はずっと 2 個だけど，下にずらすとそのうち交点がなくなるね．

栄子：交点がなくなるのは，$b<0$ のときだね．

共介：そうかな．$b$ が負の値でも交点をもつ場合がありそうだけどな．先生，どうでしょうか？

先生：直線を下に移動させていくと2つの交点が重なるときがありますよね．直線がそのときより下にあると交点はなくなり，上にあると2つになります．

共介：じゃあ，その交点が1つになるときの $b$ の値がわかればいいのか．

栄子：でも，どうやって求めるのかな．

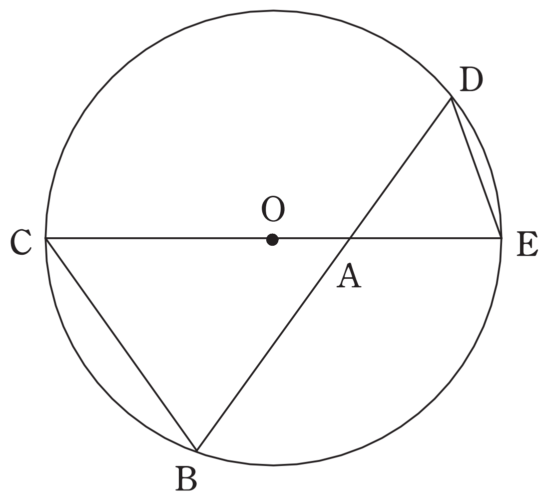
先生：実は，交点が2つの状況では，交点を結んだ線分の中点の $x$ 座標は $b$ の値にかかわらず一定になります．つまり中点は直線 $x=\boxed{\text{オ}}$ 上にあることになります．$b$ の値を変化させて直線 $y=x+b$ を上から下へと移動させると，2つの交点と中点の距離が近づいていき，やがてこれら3点が重なりますよね．このことから，$b<\boxed{\text{カ}}$ のときに放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+b$ の交点はなくなるといえます．だから，共介くんの言っていたことは間違いではないですよ．では，宿題を出します．

『$b=6$ のとき，2点A，Bの間にある点Cを $y=x^2$ 上にとり△ABCをつくる．この三角形の面積が最大になるとき，その面積を求めなさい．』

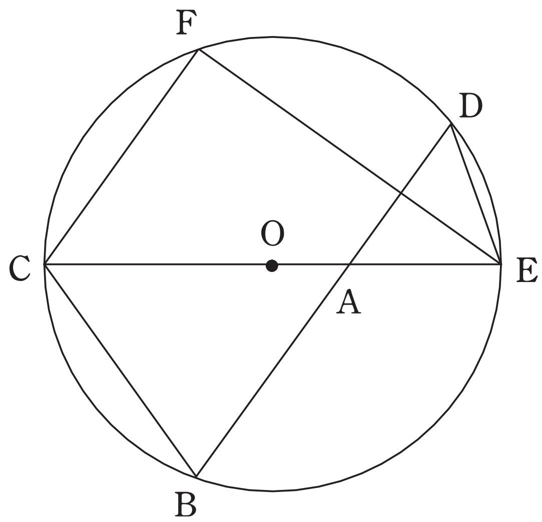
(1) $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ にあてはまる数を答えなさい．解答欄には答えのみ記入すること．ただし，$\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$ とする．

(2) 先生が出した宿題を解きなさい．

$\boxed{3}$ 図１のように，円Ｏの円周上に４点 B, C, D, E をとり，線分 BD と直径 CE の交点を A とする．このとき，次の問いに答えなさい．（30 点）




【図１】




【図２】

(1)　$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ であることを証明しなさい．また，それを用いて $CA \times AE = BA \times AD$ であることを証明しなさい．

以下，円Ｏの直径を 18，$AB = BC = 6\sqrt{3}$，$AD = 4\sqrt{3}$ とする．

(2)　線分 AC の長さを求めなさい．

(3)　図２のように，点 F を $\overset{\frown}{CDE}$ 上にとる．ただし，$\overset{\frown}{CF} < \overset{\frown}{EF}$ とする．$\triangle CFE$ の面積が $54\sqrt{2}$ であるとき，線分 CF の長さを求めなさい．

(4)　図２において，四角形 BCFD の面積を求めなさい．

【 計 算 欄 】

令和２年度　入学試験解答用紙「数学」(その１)　　京都共栄学園高等学校　バタビアコース

| 受験番号 | | 氏名 | | 採点 | |
|---|---|---|---|---|---|

**注意**　解答はすべて途中の式や考え方も含めて解答用紙に記入しなさい．ただし，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$ (1) については答えのみでよろしい．

$\boxed{1}$

| | |
|---|---|
| (1) | |
| (2) | |
| (3) | $x=$ |
| (4) | $x=$ |
| (5) | |
| (6) | 個 |
| (7) | 番目 |
| (8) | （Ａの質量）：（Ｂの質量）＝　： |

$\boxed{2}$ (1)

| | | | |
|---|---|---|---|
| ア | | イ | |
| ウ | | エ | |
| オ | | カ | |

(2)

答

| 受験番号 | | 氏名 | |
|---|---|---|---|

**注意**　解答はすべて途中の式や考え方も含めて解答用紙に記入しなさい．ただし，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$ (1) については答えのみでよろしい．

$\boxed{3}$ (1)　$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ の証明

$CA \times AE = BA \times AD$ の証明

(2)

答 ＿＿＿＿

(3)

答 ＿＿＿＿

(4)

答 ＿＿＿＿

| 受験番号 | | 氏名 | | 採点 | |
|---|---|---|---|---|---|

**注意**　解答はすべて途中の式や考え方も含めて解答用紙に記入しなさい．ただし，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$ (1) については答えのみでよろしい．

$\boxed{1}$

| | |
|---|---|
| (1) | $\dfrac{-x+4y}{3}$ |
| (2) | $(x+2)(x-2)(y+5)$ |
| (3) | $x=$ 1, 2 |
| (4) | $x=$ 155 |
| (5) | ②, ⑤ |
| (6) | 24 個 |
| (7) | 10 番目 |
| (8) | （A の質量）:（B の質量）＝ 3 : 1 |

$\boxed{2}$ (1)

| | | | |
|---|---|---|---|
| ア | $-2$ | イ | 3 |
| ウ | $-1$ | エ | 1 |
| オ | $\dfrac{1}{2}$ | カ | $-\dfrac{1}{4}$ |

(2)

△ABC の底辺を AB とすると，△ABCの面積が最大となるのは高さが最大，すなわち点 C が直線 $y=x+6$ から最も遠いときである．

このとき，(1) から点 C は $y=x^2$ と $x=\dfrac{1}{2}$ の交点となるので

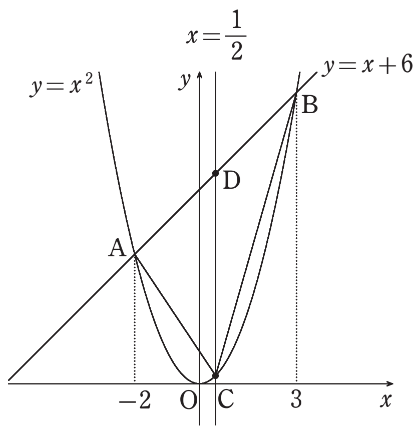
$$C\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{4}\right)$$

また，$x=\dfrac{1}{2}$ と $y=x+6$ の交点を D とすると

$$D\left(\frac{1}{2},\ \frac{13}{2}\right)$$

以上より求める面積は

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \triangle ACD+\triangle BCD\\ &= CD\times\left\{\frac{1}{2}-(-2)\right\}\times\frac{1}{2}+CD\times\left(3-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}\\ &= CD\times\left(\frac{5}{2}+\frac{5}{2}\right)\times\frac{1}{2}\\ &= \left(\frac{13}{2}-\frac{1}{4}\right)\times 5\times\frac{1}{2}\\ &= \frac{25}{4}\times 5\times\frac{1}{2}\\ &= \frac{125}{8}\end{aligned}$$




答　$\dfrac{125}{8}$

受験番号　　氏名

注意　解答はすべて途中の式や考え方も含めて解答用紙に記入しなさい．ただし，1，2 (1) については答えのみでよろしい．

3 (1) △ABC∽△AED の証明

△ABC と △AEDにおいて

$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角より

$\angle ABC = \angle AED$

$\overset{\frown}{BE}$ に対する円周角より

$\angle BCA = \angle EDA$

２組の角がそれぞれ等しいので

△ABC∽△AED

CA×AE＝BA×AD の証明

△ABC∽△AED より

対応する辺の比は等しいので

$CA : BA = AD : AE$

よって

$CA \times AE = BA \times AD$

(2)

AC＝$x$ とおくと，CA×AE＝BA×AD より

$$x \times (18 - x) = 6\sqrt{3} \times 4\sqrt{3}$$
$$x^2 - 18x + 72 = 0$$
$$(x-6)(x-12) = 0$$
$$x = 6,\ 12$$

【図２】より，AC>CO すなわち AC>9 なので

AC＝12

答　12

(3)

点 F から線分 CE に垂線 FH を下ろす．

△CFE の面積が $54\sqrt{2}$ であることから

$$18 \times FH \times \frac{1}{2} = 54\sqrt{2}$$
$$FH = 6\sqrt{2}$$

よって，△FHO において三平方の定理より

$$OH^2 = OF^2 - FH^2 = 81 - 72 = 9$$
$$OH = 3$$

したがって，CH＝6 であるので，

△FCH において三平方の定理より

$$CF^2 = CH^2 + FH^2 = 36 + 72 = 108$$
$$CF = 6\sqrt{3}$$

答　$6\sqrt{3}$

(4)

△ABC は AB＝BC の二等辺三角形であり，(2) より AC＝12 であるので，点 B から線分 CE に垂線を下ろすと点 H で交わる．すなわち，AC⊥BFなので，四角形 ABCF はひし形であり，その面積は，

$$\frac{1}{2} \times AC \times BF = \frac{1}{2} \times AC \times 2FH$$
$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12\sqrt{2} = 72\sqrt{2} \quad \cdots\cdots①$$

また，四角形 ABCF において

辺 AB を底辺としたときの高さを $h$ とすると，①より

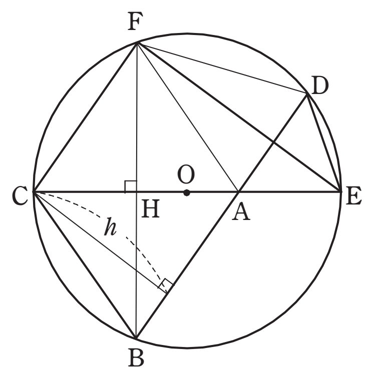
$$AB \times h = 72\sqrt{2}$$
$$h = 72\sqrt{2} \div 6\sqrt{3} = 4\sqrt{6}$$

よって，△ADF の面積は

$$AD \times h \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{2}$$
$$= 24\sqrt{2} \quad \cdots\cdots②$$

①，②より，四角形 BCFD の面積は

$$72\sqrt{2} + 24\sqrt{2} = 96\sqrt{2}$$




答　$96\sqrt{2}$