（表紙）

$\boxed{1}$　次の各問いに答えなさい．解答欄には答えのみ記入すること．　（48点）

(1)　$(2x-4y)(x+1)+2(1-2y)(2y-x)$ を計算しなさい．

(2)　$a+a^2b-bc-ab^2c$ を因数分解しなさい．

(3)　2次方程式 $(x+2)^2-3(x+2)-18=0$ を解きなさい．

(4)　$\sqrt{5}$ の小数部分を x とするとき，x^2-4 の値を求めなさい．

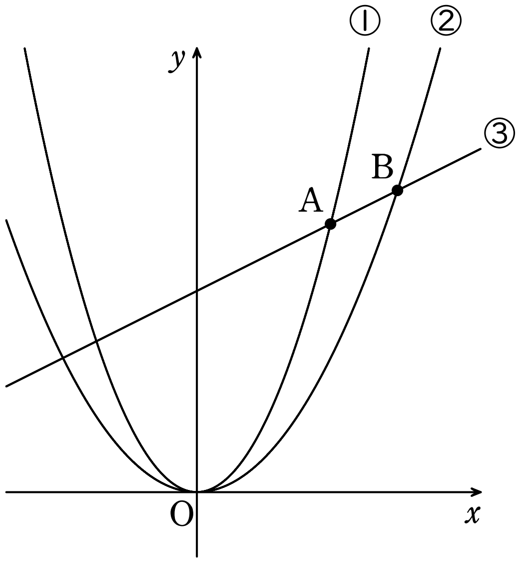
(5) 関数 $y=ax+3$ において，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 4$ のとき y の変域は $0 \leqq y \leqq b$ になるという．このような a，b の値の組み合わせをすべて求めなさい．

(6) 3 人でじゃんけんを 1 回するとき，1 人だけ負ける確率を求めなさい．ただし，3 人がグー，チョキ，パーを出すことは同様に確からしいとする．

(7) 40 人のクラスで 100 点満点のテストを行ったところ，男子の平均点が 52.5 点，女子の平均点が 56 点，クラス全体の平均点が 53.55 点だった．このクラスの男子の人数を求めなさい．

(8) 光は非常に速く，1 秒で地球の赤道の約 7 周半に相当する距離を進むことができる．地球を完全な球体とみなすとき，地球の半径が約何kmであるか求め，小数点以下を四捨五入して整数値で答えなさい。ただし，円周率を 3.14，光の速さを秒速 30 万kmとする．

$\boxed{2}$　放物線 $y=x^2 \cdots$①，$y=bx^2 \cdots$②と直線③が，以下の図のように，それぞれ点 A$(2,\ a)$，B$\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$で交わっている．このとき，次の各問いに答えなさい．ただし，(1)～(3)については解答欄に答えのみ記入すること．　　（26点）



(1)　a，b の値を求めなさい．

(2)　直線③の方程式を求めなさい．

(3)　△OABの面積を求めなさい．

(4)　放物線②上の点Pが，原点Oと点Bの間を動く．△APBの面積が $\dfrac{1}{2}$ になるとき，点Pの x 座標を求めなさい．

(5)　△OABを x 軸のまわりに1回転させたときにできる立体の体積を求めなさい．ただし，円周率は π とする．

【 計 算 欄 】

$\boxed{3}$ 共太くん，栄子さん，先生が「円に内接する四角形」について会話をしている．ここで「円に内接する」とは，各頂点が円周上にあることを意味する．会話文を読んで，次の各問いに答えなさい． （26 点）

共太：何かで円に内接する四角形についての性質を見たことがあるよ．少し複雑な式だったけど．

栄子：えっ，そんなのあるの？先生，ご存知ですか？

先生：『トレミーの定理』のことかな．円に内接する四角形 ABCD では

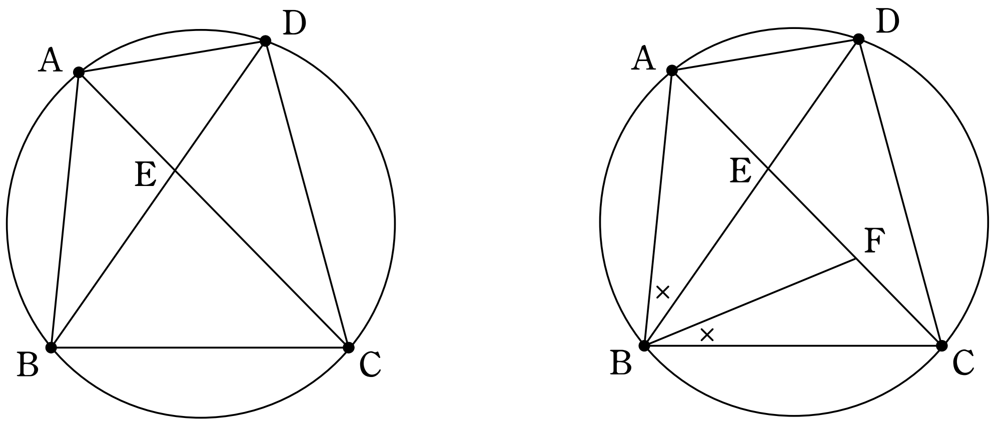
$$AB \times CD + BC \times AD = AC \times BD \quad \cdots\cdots ①$$

が成り立ちます．

共太：多分そんな式でした．

栄子：私は初めて見ました．これって簡単に証明できるんですか？

先生：少し難しいよ．ここでは，（図 1）のように，対角線の交点 E について，$\angle ABE < \angle CBE$ が成り立つような四角形を考えることにしますね。まず，（図 2）のように AC 上に，$\angle ABE = \angle CBF$ となる点 F をとります．この（図 2）には相似な三角形の組がいくつかあるので探してみて下さい．



（図 1）　（図 2）

栄子：たくさんありそうだけど，わざわざ作った点 F がポイントになりそうね．

共太：点 F を使うとなると，△ABF と △DBC かな．どうですか，先生？

先生：着眼点が良いですね．では，△ABF ∽ △DBC を証明してみましょう．

栄子：わかりました．

(1) △ABF ∽ △DBC を証明しなさい．

栄子：次はどうしたらいいのかな.

共太：対応する辺の比は等しいから AB：DB＝AF：DC …… ② が成り立つね.

栄子：でも AD が出てこないね. AD が出てくる三角形で相似の組を探してみる？

共太：そうだね. じゃあ，△ABD を使おう.

栄子：となると相似の相手は △FBC かな.

先生：いいですね. その方向で進めてください. 証明もすぐにできますね.

共太：同じく辺の比が等しいことを使うと AD：FC＝BD：BC …… ③ です.

先生：ではここで，少しヒントです. ② と ③ の形を ① に近づけるには？

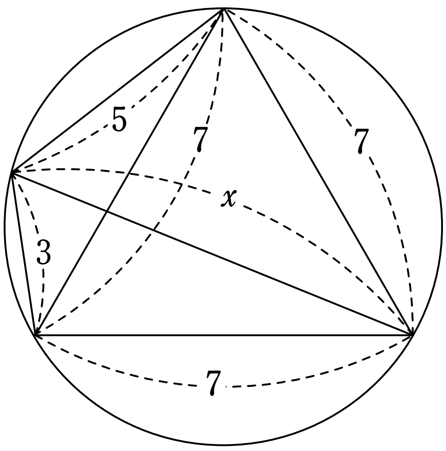
栄子：なるほど. やってみます.

先生：あとで実際に『トレミーの定理』を使ってみましょう.

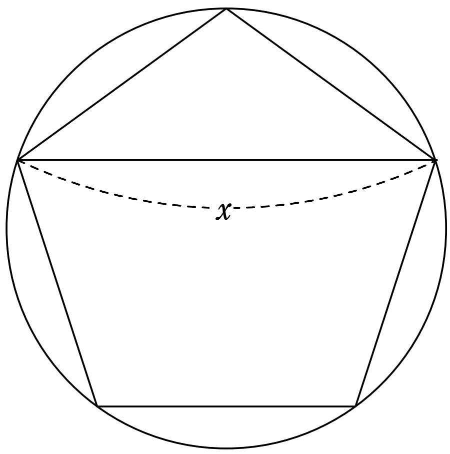
(2) ②，③ を利用して， AB×CD＋BC×AD＝AC×BD を導きなさい.

(3) 下の図 (Ⅰ)(Ⅱ) において x をそれぞれ求めなさい. ただし，(Ⅱ) は 1 辺が 1 である正五角形が円に内接している図形である.

(Ⅰ)



(Ⅱ)



令和３年度　入学試験解答用紙「数学」(その１)　　京都共栄学園高等学校　バタビアコース

受験番号		氏名		採点	

注意　解答はすべて途中の式や考え方も含めて解答用紙に記入しなさい．ただし，1，2 (1)～(3) については答えのみでよろしい．

1

(1)	
(2)	
(3)	$x=$
(4)	
(5)	$(a,\ b)=$
(6)	
(7)	人
(8)	約　　　km

2

(1)	$a=$　　　，$b=$		
(2)		(3)	

(4)

答

(5)

答

令和３年度　入学試験解答用紙「数学」(その２)　　　　京都共栄学園高等学校　バタビアコース

受験番号		氏名	

注意　解答はすべて途中の式や考え方も含めて解答用紙に記入しなさい．ただし，1，2 (1)〜(3) については答えのみでよろしい．

3 (1)

(2)

(3)(Ⅰ)

答 ＿＿＿＿＿＿＿＿

(3)(Ⅱ)

答 ＿＿＿＿＿＿＿＿

受験番号		氏名		採点	

注意　解答はすべて途中の式や考え方も含めて解答用紙に記入しなさい．ただし，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$ (1)～(3) については答えのみでよろしい．

$\boxed{1}$

(1)	$2x^2-8y^2$
(2)	$(ab+1)(a-bc)$
(3)	$x=4,\ -5$
(4)	$5-4\sqrt{5}$
(5)	$(a,\ b)=(3, 15),\ \left(-\dfrac{3}{4}, \dfrac{15}{4}\right)$
(6)	$\dfrac{1}{3}$
(7)	28 人
(8)	約 6369 km

$\boxed{2}$

(1)	$a=4,\ b=\dfrac{1}{2}$		
(2)	$y=\dfrac{1}{2}x+3$	(3)	$\dfrac{3}{2}$

(4)

(3) より △OAB の面積が $\dfrac{3}{2}$ であるので，辺 AB を底辺としたとき，△APB の高さは △OAB に比べて $\dfrac{1}{3}$ 倍になる．

よって点 P は，直線 ③ に平行であり，y 切片が 2 である直線 $y=\dfrac{1}{2}x+2$ と放物線 ② の交点のうち，x 座標が正のものであるので，2 式を連立して

$$\frac{1}{2}x^2=\frac{1}{2}x+2$$

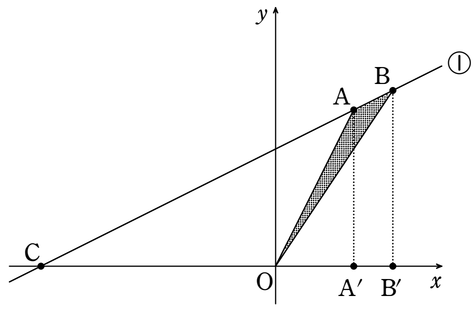
$$x^2-x-4=0$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$$

$x>0$ より，　$x=\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$

答　$\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$

(5)



図のように，点 C$(-6, 0)$, A′$(2, 0)$, B′$(3, 0)$ を定める．

(ⅰ) △CBB′ を x 軸のまわりに 1 回転させたときにできる立体の体積

$$\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times\pi\times9\times\frac{1}{3}=\frac{243}{4}\pi$$

(ⅱ) △CAA′ を x 軸のまわりに 1 回転させたときにできる立体の体積

$$4\times4\times\pi\times8\times\frac{1}{3}=\frac{128}{3}\pi$$

(ⅲ) △OBB′ を x 軸のまわりに 1 回転させたときにできる立体の体積

$$\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times\pi\times3\times\frac{1}{3}=\frac{81}{4}\pi$$

(ⅳ) △OAA′ を x 軸のまわりに 1 回転させたときにできる立体の体積

$$4\times4\times\pi\times2\times\frac{1}{3}=\frac{32}{3}\pi$$

求める体積は，△OBC を x 軸のまわりに 1 回転させたときにできる立体の体積と，△OAC を x 軸のまわりに 1 回転させたときにできる立体の体積の差であり，前者は (ⅰ)−(ⅲ)，後者は (ⅱ)−(ⅳ) で求められるので，

$$\left(\frac{243}{4}\pi-\frac{81}{4}\pi\right)-\left(\frac{128}{3}\pi-\frac{32}{3}\pi\right)=\frac{17}{2}\pi$$

答　$\dfrac{17}{2}\pi$

受験番号		氏名	

注意 解答はすべて途中の式や考え方も含めて解答用紙に記入しなさい．ただし，1，2 (1)～(3) については答えのみでよろしい．

3 (1)

$\triangle ABF$ と $\triangle DBC$ において，

同じ弧の円周角は等しいので，$\overset{\frown}{BC}$ について

$\angle BAF = \angle BDC$ ……(ⅰ)

また，$\angle ABF = \angle ABD + \angle EBF$

$\angle DBC = \angle CBF + \angle EBF$

$\angle ABD = \angle CBF$ 　より，

$\angle ABF = \angle DBC$ ……(ⅱ)

(ⅰ),(ⅱ) より二組の角が等しいので，$\triangle ABF \backsim \triangle DBC$

(2)

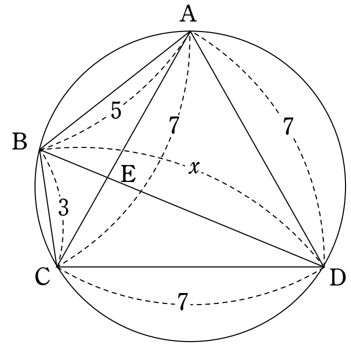
② より，$AB \times CD = AF \times BD$

③ より，$BC \times AD = FC \times BD$

両辺を足し合わせると，

$$\begin{aligned} AC \times BD + BC \times AD &= AF \times BD + FC \times BD \\ &= (AF + FC) \times BD \\ &= AC \times BD \end{aligned}$$

(3)(Ⅰ)



図のように点 A～E を定めると，

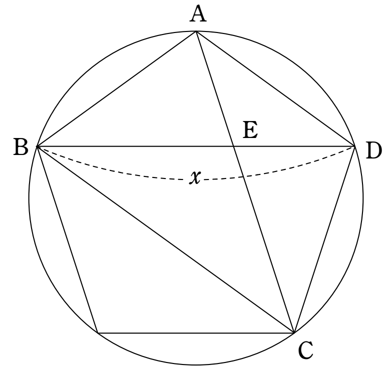
$AB \times CD + BC \times AD = AC \times BD$ 　より，

$5 \times 7 + 3 \times 7 = 7x$

$x = 8$

答　$x = 8$

(3)(Ⅱ)



図のように点 A～E を定めると，

$AB = CD = DA = 1,\ AC = CB = BD = x$ 　なので

$AB \times CD + BC \times AD = AC \times BD$ 　より，

$1 \times 1 + 1 \times x = x \times x$

$x^2 - x - 1 = 0$

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$x > 0$ より，　$x = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$

答　$x = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$